

## EJERCICIOS DE ESPACIOS VECTORIALES

1. Dados los vectores de  $\mathbb{R}^3$   $\{(4, -1, 0), (2, 1, -3)\}$ , exprese, si se puede, los siguientes vectores como combinación lineal de ellos.

a)  $(14, 1, -9)$

b)  $(0, 3, -6)$

2. Estudie la dependencia o independencia lineal de los siguientes vectores de  $\mathbb{R}^4$ :

a)  $\{(1, 2, -4, 0), (-2, 4, -8, 0), (2, 3, 0, 1)\}$

b)  $\{(1, 2, -4, 0), (2, 4, 8, 0), (4, 8, 0, 0)\}$

c)  $\{(2, 0, 3, 0), (0, 1, -3, 0), (1, -2, 0, 8)\}$

3. De los conjuntos de vectores anteriores extraiga el máximo número de vectores linealmente independientes. ¿En algún caso disponemos de un Sistema Generador de  $\mathbb{R}^4$ ?

4. Calcule para qué valores del parámetro  $a$  los siguientes vectores forman base de  $\mathbb{R}^3$

a)  $\{(2, a, 1), (a, 1, 0), (1, 2, 0)\}$

b)  $\{(2, a, 1), (a, 1, -1), (2, 2, 0)\}$

c) En los casos anteriores, ¿es posible obtener un sistema generador añadiendo un cuarto vector de  $\mathbb{R}^3$  como combinación lineal de los disponibles?

5. Dado el conjunto de vectores

$$v_1 = (2, 0, 2, 9), v_2 = (1, 2, 1, 3), v_3 = (1, 0, 1, 3), v_4 = (2, 4, 2, 6)$$

a) Justifique si puede afirmarse que  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$  forman una base del espacio vectorial  $\mathbb{R}^4$ . Análogamente razónese si es un sistema generador de  $\mathbb{R}^4$ .

b) Calcule  $a$  y  $b$  para que el vector  $(0, 1, a, b)$  pertenezca al subespacio generado por los vectores  $\{v_1, v_2, v_3, v_4\}$

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the word 'Cartagena'. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

7. Dados los vectores  $\{(0, -1, 2, -1), (a, -1, 0, 1), (1, -1, b, 0)\}$ , calcule  $a$  y  $b$  para que generen un subespacio de dimensión 2 y encuentre las ecuaciones de dicho subespacio

8. Dado el subespacio  $S = \left\{ (1, -5, 0), (0, 0, 1), (0, 0, 0), (-1, 5, 2), \left(\frac{1}{5}, -1, \frac{1}{5}\right) \right\}$ , halle su dimensión y la expresión de sus ecuaciones paramétricas y cartesianas. Encuentre un vector que pertenezca al subespacio anterior, comprobando que es combinación lineal de los vectores de la base de  $S$ .

9. Dado el subespacio vectorial  $S$  de  $\mathbb{R}^4$  descrito por las ecuaciones paramétricas:  $\{x_1 = a, x_2 = a + b, x_3 = c, x_4 = b; \text{ con } a, b, c \in \mathbb{R}\}$ , encuentre una base de dicho subespacio, las ecuaciones cartesianas y determine las coordenadas del vector  $(1, 2, 0, 1)$  respecto a dicha base.

10. Dado el subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^4$  generado por los vectores,

$$S = L\{(1, 2, -4, 1), (2, 4, -8, 2), (2, 3, 1, 1)\}$$

Determine:

- a)  $Dim(S)$
- b) Una base del subespacio
- c) Las ecuaciones paramétricas del subespacio
- d) Las ecuaciones cartesianas del subespacio

11. Halle la dimensión y una base del subespacio  $S$  denotado por el sistema 
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 0 \\ 2y - z = 0 \end{array} \right\}$$

12. Sean  $v_1 = (1, 4, -5, 2)$ ,  $v_2 = (1, 2, -3, 1)$ ,  $v_3 = (3, 2, x, y)$  vectores del espacio vectorial  $\mathbb{R}^4$

- a) Determine  $x$  e  $y$  para que  $v_3$  pertenezca al subespacio generado por  $v_1$  y  $v_2$
- b) Encuentre las ecuaciones paramétricas y cartesianas de dicho subespacio

13. Obtenga una base del subespacio de  $\mathbb{R}^4$  determinado por la ecuación  $2x_1 - 3x_3 + x_4 = 0$

14. Halle dimensión, base y ecuaciones del subespacio formado por los vectores cuyas componentes son  $\{(x_3 + x_2, x_2, x_3, 2x_3)\}$

The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena" in a stylized, blue, serif font with a light blue shadow effect. The number "99" is positioned to the right of "Cartagena" in a larger, bold, black font. The entire logo is set against a light blue background with a subtle gradient and a white shadow.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70